STUDIUL ABSORBITORULUI DINAMIC SIMPLU

Scopul lucrării

În lucrare se pune în evidenţă efectul unui absorbitor dinamic simplu asupra vibraţiilor unui corp C_1 de masă m_1 legat elastic printr-un resort de constantă elastică k_1 de un suport considerat fix, figura 1.

Consideraţii teoretice

Se consideră modelul mecanic cu un grad de libertate din figura 1, care execută vibraţii forţate neamortizate, format din corpul C_1 de masă m_1 legat elastic prin resortul de constantă elastică k_1 de un suport considerat fix. Asupra corpului C_1 acţionează forţa perturbatoare a cărei valoare prezintă legea de variaţie armonică: $F(t) = F_0 \sin\omega t$

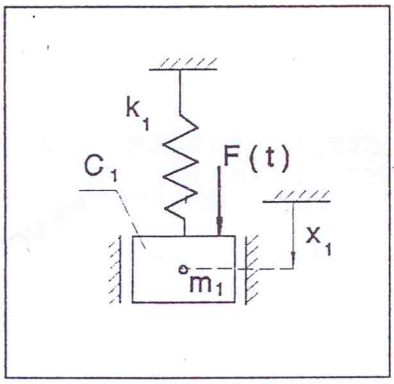


Fig.1

Acest model mecanic poate să reprezinte, de exemplu, o maşină aşezată pe o fundaţie elastică.

Pulsaţia forţei perturbatoare este ω, iar ecuaţia diferenţială a vibraţiilor forţate neamortizare executate de sistemul mecanic din fig.1, este:

$$m_1\ddot{x}_1 + k_1 x_1 = F_0 \sin\omega t \qquad (1)$$

unde x_1 reprezintă deplasarea masei m_1 din poziţia de echilibru static.

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale neomogene (1) se compune din soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale omogene (1) şi dintr-o soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale neomogene (1).

Soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale omogene (1) descrie mişcarea vibratorie liberă a sistemului mecanic analizat efectuată cu pulsaţia proprie ω_p, iar soluţia particulară descrie mişcarea vibratorie forţată a aceluiaşi sistem mecanic, efectuată cu pulsa-ţia ω corespunzătoare variaţiei armonice a valorii forţei perturbatoare.

Forţele de amortizare nu pot fi complet eliminate din cadrul unui sistem material vibrant, ceea ce face ca mişcarea vibratorie liberă să se amortizeze într-un scurt interval de timp din momentul amorsării mişcării, după care mişcarea vibratorie executată de sistemul material vibrant coincide cu mişcarea vibratorie forţată a acestuia.

Se alege soluţia particulară a ecuaţiei diferenţiale neomogene (1) de forma:

$$x_{1f} = X_{10} \sin\omega t \qquad (2)$$

Amplitudinea X_{10} a vibraţiilor forţate executate de masa m_1 se determină înlocuind (2) în (1) şi presupunând că:

$$\omega^2 \neq \omega_p^2 = \frac{k_1}{m_1} \qquad (3)$$

Se obţine:

$$X_{10} = \frac{F_0}{k_1 - m_1\omega^2} \tag{4}$$

Vibrațiile masei m_1 pot deveni periculoase în cazul în care valoarea pulsației ω se apropie de valoarea pulsației proprii ω_p, adică la apariția fenomenului de rezonanță.

Pentru amortizarea vibrațiilor efectuate de masa m_1 se atașează sistemului masa suplimentară m_2, legată de masa m_1 prin resortul de constantă elastică k_2, figura 2. Masa m_2 și resortul de constantă elastică k_2 constituie un absorbitor dinamic simplu. Sistemul mecanic format din masele m_1 și m_2 împreună cu resoartele de constante elastice k_1 și k_2 posedă două grade de libertate. Notând cu x_1 și x_2 deplasarea celor două mase din pozițiile de echilibru static, se scriu ecuațiile diferențiale care descriu mișcarea vibratorie a acestora:

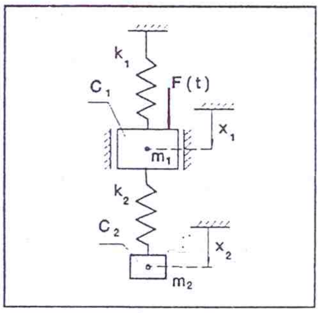


Fig.2

$$m_1\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = F_0\sin\omega t$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0 \tag{5}$$

Se vor nota cu X_{10} și X_{20} amplitudinile vibrațiilor forțate executate de masele m_1 și m_2.

Procedând ca mai sus se obține:

$$X_{10} = \frac{F_0(k_2 - m_2\omega^2)}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \tag{6}$$

$$X_{20} = \frac{k_2F_0}{(k_1 + k_2 - m_2\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \tag{7}$$

Din relația (6) rezultă că amplitudinea X_{10} devine egală cu zero în cazul în care este îndeplinită condiția:

$$K_2 = m_2\omega^2 \tag{8}$$

sau

$$\omega = \omega_a = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \tag{9}$$

adică în cazul în care pulsația variației armonice a forței perturbatoare este egală cu pulsația proprie a absorbitorului dinamic simplu. În acest caz masa m_1 rămâne în repaus.

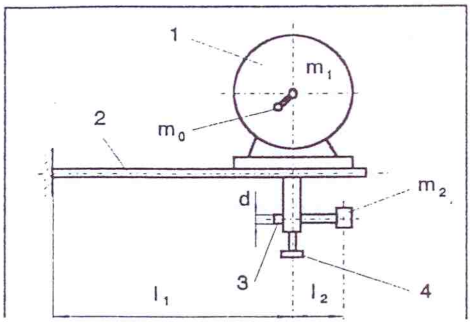
Efectul de amortizare a vibrațiilor forțate produs de absorbitorul dinamic simplu este maximal atunci când:

$$\omega = \omega_p = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \tag{10}$$

deci în cazul în care apare fenomenul de rezonanță cauzat de acțiunea forței perturbatoare armonice.

Descrierea instalației

Schema dispozitivului este arătată în figura 3, el se compune din motorul electric 1, de masă m_1, așezat pe suportul elastic 2 încastrat la un capăt și absorbitorul dinamic simplu format din masa m_2 și tija elastică 3, rigidizată la un capăt cu șurubul 4. Pe axul motorului este fixată excentric masa m_0, care în timpul funcționării motorului produce forţa perturbatoare armonică.



Valoarea constantei elastice k_2 este dată de relaţia:

$$k_2 = \frac{3E_2 I_2}{l_2^3} \qquad (11)$$

şi poate fi modificată prin schimbarea lungimii l_2 a tijei 3, unde:

$E_2 = 2,06 \times 10^{11}$ N/m^2

Executarea încercărilor

1. Se porneşte motorul electric şi se modifică turaţia până când se obţine turaţia de rezonanţă a sistemului fără amortizorul dinamic.
2. Se măsoară cu stroboscopul frecvenţa de rezonanţă f_p a sistemului, în Hz, apoi se opreşte motorul. Pulsaţia proprie ω_p a sistemului se poate calcula cu relaţia:

$$\omega_p = 2\pi f_p \qquad (12)$$

3. Se montează absorbitorul dinamic simplu şi se porneşte motorul, menţinând o turaţie în vecinătatea turaţiei de rezonanţă determinată anterior.
4. Se modifică lungimea l_2 a tijei 3 până se constată că amplitudinea vibraţiilor motorului, montat pe suportul 2, devine nulă.
5. Se opreşte motorul şi se măsoară lungimea l_2.
6. Se repetă operaţiile 1-5 de câteva ori şi valorile obţinute se trec în tabelul 1.

Prelucrarea rezultatelor

Lungimea l_2 găsită experimental trebuie să coincidă cu valoarea teoretică, care pe baza formulelor (9), (10), (11), (12), este:

$$l_2 = \sqrt[3]{\frac{3E_2 I_2}{m_2 \omega_p^2}} \qquad (13)$$

unde

$$I_2 = \frac{\pi d^4}{64} \qquad (14)$$

Tabelul 1

Nr. crt.	d [m]	m_2 [kg]	E_2 [N/m^2]	I_2 [m^4]	f_p [Hz]	ω_p [s^{-1}]	exp. l_2 [m]	teor. l_2 [m]	Eroarea relat. [%]
1									
2									
3									
4									

Bibliografie

1. Brândeu L., Buzilă T., Herişanu N., Vibraţii. Teme şi exemple de calcul-proiectare, Timişoara, Ed. Marin Păunescu, 1992, p. 54-58.
2. Buzdugan Gh., Fetcu Lucia, Radeş M., Vibraţii mecanice, Bucureşti, EDP, 1979.
3. Cat. de Mec. şi Rez. Mat., Îndrumat. de lucrări la mecanică şi vibraţii, Timişoara, 1975, p. 102-105.
4. Cat. de Mec. şi Rez. Mat., Lucrări de laborator la vibraţii mecanice, Braşov, Lito Univ.Bv, 1976, p. 12-14.
5. Harris C.M., Crede C.E., Socuri şi vibraţii, vol.I, Bucureşti, Ed. tehnică, 1968, p. 180-219.
6. Pană T., Absorbitori dinamici de vibraţii, Bucureşti, Ed. tehnică, 1984, p. 223.
7. Ursu N., Vibraţii mecanice, Cluj-Napoca, Atel. de mult. al Inst. Politehnic, 1984, p. 252.