

## Laborator 6

## I. Aplicații pentru utilizarea diagramelor de amplificarea sistem 1gdl cu amortizare

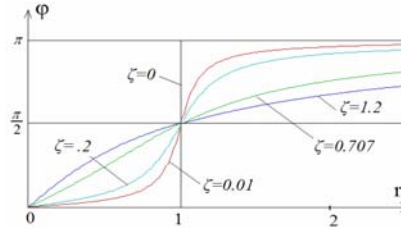
**Aplicație #1, suport fix.** Asupra masei unui sistem cu un grad de libertate de parametri  $m=20$ ,  $c=80$ ,  $k=2000$ , acționează forța armonică  $f(t)=F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ . Să se determine folosind diagrama (Fig.1) amplitudinea deplasării masei și întârzierea deplasării în urma forței (Fig2) pentru  $\omega=0$ ,  $\omega=10$ ,  $\omega=11$ ,  $\omega=20$ .

**R:** Se desenează sistemul  $m, c, k$ ; se calculează  $\omega_0$ ,  $c_0$ ,  $\zeta$ ,  $r$ :

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = 10, \quad \zeta = \frac{c}{2m\omega_0} = 0.2, \quad \dots, \quad r_3 = 11/10 = 1.1$$

Se evaluează amplificarea deplasării față de deformarea statică prin considerarea ordonatei  $A(1.1)=2.05$ . Amplitudinea răspunsului armonic este  $|Z|=F_0/k \cdot 2.05$ .

$$A = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + 4\zeta^2 r^2}}$$



$\phi(r)$  întârziere depl. Față de forță

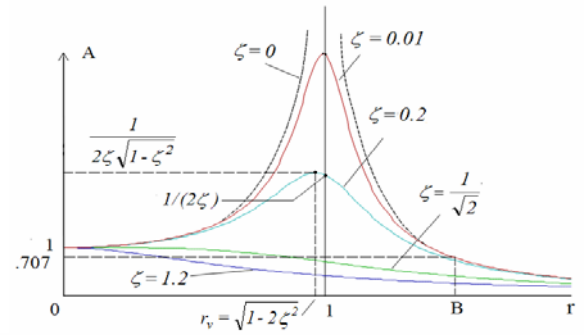


Fig. 1. Modulul  $A=|Ac|$

**Aplicație #2, suport fix.** O forță armonică de amplitudine  $F_0=20N$  acționează asupra masei  $m = 10kg$  a sistemului 1GDL de  $k=1000$  și  $c=40$  Ns/m.

Folosind graficul alăturat estimați forța care se transmite suportului (prin arc + amortizor) la frecvențele  $f=4$  Hz și  $f=1.75$  Hz?

**R:**  $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 10$  [rad/s];

$$c_0 = 2m\omega_0 = 2 \cdot 10 \cdot 10 = 200;$$

$$ze = c/c_0 = 40/200 = 0.2;$$

$$r_1 = 4 \cdot 2\pi/10 = 2.5$$

$$F = 0.2 \cdot F_0$$

$$r_2 = 1.75 \cdot 2\pi/10 = 1.1$$

$$F = 2.4 \cdot F_0$$

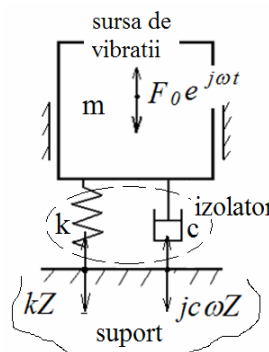
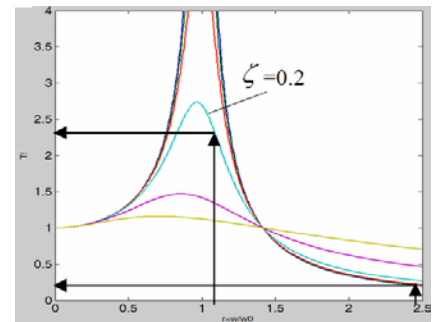


Fig.12 Forța transmisă



$$|T_f| = \left| \frac{F_t}{F_0 e^{j\omega t}} \right| = \sqrt{\frac{1 + 4\zeta^2 r^2}{(1-r^2)^2 + 4\zeta^2 r^2}}$$

**Aplicație #3, deplasare suport.** Un bloc electronic de  $m=2$  kg este plasat pe un izolator de caracteristici  $k, c$  (de estimat), pentru a diminua transmiterea vibrațiilor de la șasiu. Să se limiteze la  $X=6mm$  amplitudinea vibrațiilor blocului electronic ca răspuns la vibr. armonică a șasiului  $y(t)=0.01 \cos(2\pi 6 \cdot t)$  ( $f=6$  Hz și amplitudinea  $Y=10$  mm).

**R:** Transmisibilitatea absolută a deplasărilor este:

$$|T_a| = \frac{X}{Y} = \frac{0.006 \text{ (bloc)}}{0.010 \text{ (suport)}} = 0.6 \text{ Se trasează o linie orizontală de}$$

ordonată  $|T_a|=0.6$  care intersectează curbele de transmisibilitate abs. a deplasărilor. Se alege o curbă asociată unui raport de amortizare convenabil ( $\zeta=0.1$ ). Corespunzător punctului de intersecție se extrage abscisa  $r=1.7$ .

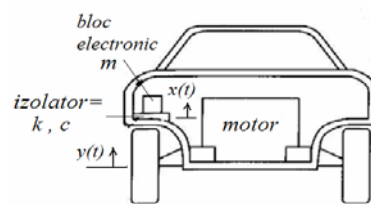


Fig6. Bloc electr. izolat de vibrații

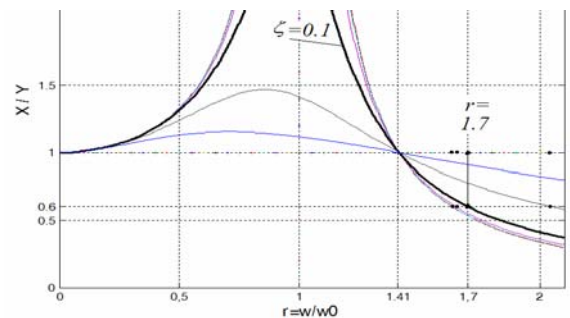


Fig. 7.  $X/Y=0.6$  taie curba  $\zeta=0.1$  și se extrage  $r$

$$\text{Din relația } r = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2\pi f}{\sqrt{k/m}} \rightarrow 1.7 = 2\pi 6 / \sqrt{k/2}$$

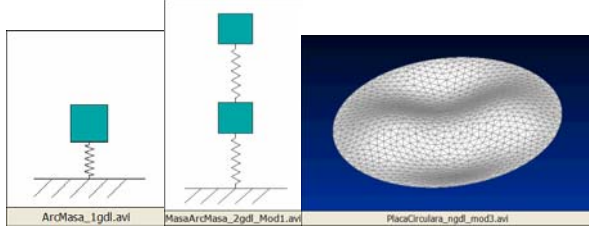
1.se extrage  $k$  asociat izolatorului:  $k=984$  N/m, 2.se calculează constanta de amortizare  $c$ :

$$\zeta = \frac{c}{c_0} \Rightarrow c = \zeta c_0 = \zeta 2\sqrt{km} = 8.87 \text{Ns/m}$$

$$|T_a| = \frac{|x|}{|y|} = \frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{1 + 4\zeta^2 r^2}{(1 - r^2)^2 + 4\zeta^2 r^2}}$$

## II. Moduri de vibrație ale sistemelor discrete

1. Se vor vizualiza și comenta **animații** ale unor sisteme discrete cu 1, 2 și n grade de libertate (element finit):



, Parbriz logan Mod 1,2,3,4,5,12; Sand Vibration Patterns

- Chladni Plate.avi Sistem evacuare Mod1,2; Filmare Tacoma Narrows Bridge Collapse, vibrații țesuturi: Process of Hearing Animation.wmv (<2minute), Cochlear animation.wmv (1')

2. Sistemele discrete cu n grade de libertate pot vibra în n moduri de vibrație.

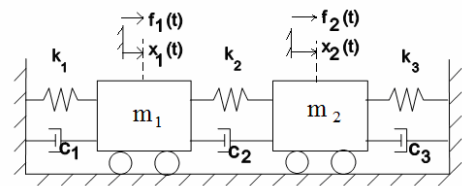
3. Un **mod de vibrație** este descris de frecvența naturală de vibrație  $\omega_{0k}$  și de forma de vibrație asociată  $\Lambda_k$  în care toate masele vibrează cu aceeași frecvență ( $\omega_{0k}$ ).

**4. Exemplu numeric:** Se reia sistemul din figura 2.1 considerând cazul vibrației fără amortizare și neforțat  $c_i = 0, i = 1, 2, 3$ . și  $f_i = 0, i = 1, 2$ . Ecuatiile diferențiale (2.25) devin:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

4.1. Considerând valorile  $m_1=5, m_2=10, k_1=2, k_2=2, k_3=4$ , se obțin următoarele ecuații diferențiale de mișcare:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



4.2. Cele două moduri de vibrație ale sistemului (două mase și trei arcuri) sunt:  $(\omega_1, \Lambda_1)$  și  $(\omega_2, \Lambda_2)$  sau:

Mod #1, deplasarea maselor în fază la frecvența  $\omega_1 / (2\pi)$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2}{5}}, \Lambda_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

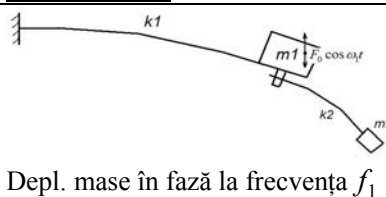
Mod#2: deplasarea maselor în antifază la frecvența  $\omega_2 / (2\pi)$

$$\omega_2 = 1, \Lambda_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

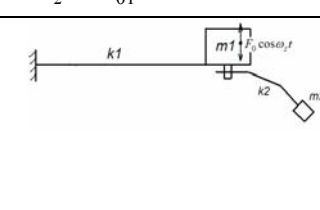
Legea de mișcare a întregului sistem se obține prin suprapunerea celor două moduri de vibrație.

**4.3. Similar sunt două moduri de vibrație ale sistemului (motor, absorbitor)  $m_1-k_1-m_2-k_2$ :**

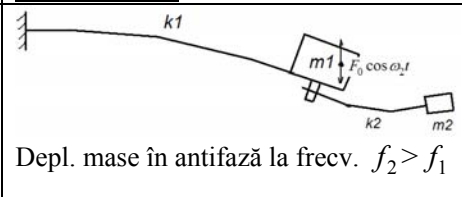
Mod #1 la  $\omega_1 < \omega_{01} = \sqrt{k_1/m_1}$



la  $\omega_2 = \omega_{01} \rightarrow m_1 = \text{fix}$



Mod #2 la  $\omega_2 > \sqrt{k_1/m_1}$



## III. Experimente

1. Se pornește sistemul (2 mase, 3 arcuri) în modul 1 de vibrație și în modul 2 aplicând deplasare armonică asupra unei mase; se observă frecvențele naturale și direcția



2. Se adaugă o masă și un arc; pornește sistemul (3 mase și 4 arcuri) în fiecare din cele 3 moduri de vibrație.

Modul #1:  $\omega_1, \Lambda_1$

Modul #2:  $\omega_2, \Lambda_2$

Modul #3:  $\omega_3, \Lambda_3$

