

Laborator #1 - MATLAB -

Prof. dr. ing. Iulian Lupea

1. Definirea unor variabile numerice reale și complexe:

<code>>> a=5-2</code> a = 3	<code>>> b=4^a</code> b = 64	<code>>> j=sqrt(-1) % i, j sunt implicit sqrt(-1)</code> j = 0.0000 + 1.0000i	<code>>> z=2*(1+3*j)</code> z = 2.0000+6.0000i
---	--	---	--

2. Vectori de valori

<code>>> v1=[1 3 -5];</code> <code>>> v2=[3 -4 9];</code>	<code>>> v=v1.*v2 % înmulțire elem. cu elem.</code> 3 -12 -45	<code>>> v1*v2 => eroare</code>
--	--	--

Vectori cu elemente egal spațiate

k=amin : pas : amax % pas definește incrementul, poate fi și negativ; dacă acesta lipsește, atunci implicit valoarea incrementului este 1.
`>> k = -1 : 0.5 : 5` % creează un vector cu elementele -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, ..., 5.
`>> length(k)` % returnează lungimea (numărul de valori) vectorului k

3. Operatori aritmetici:

+	adunare	*	înmulțire	^	ridicare la putere
-	scădere	/ \	împărțire / la dreapta \ stânga	'	transpusa matricei sau a vectorului

4. Funcții predefinite:

trigo directe (argumentul în radiani)			și inverse		Fun. exponențială
cos()	tan	sec	asin	atan	exp()
sin()	cot	csc	acos	atan2	

Funcții predefinite pentru prelucrarea numerelor complexe ($z=a+bi$):

real(z)	partea reală argument	abs(z)	valoarea absolută sau modul nr.complex	conj(z)
imag(z)	partea imag. argument	angle(z)	unghiul unui număr complex, în radiani	

Expresii numerice

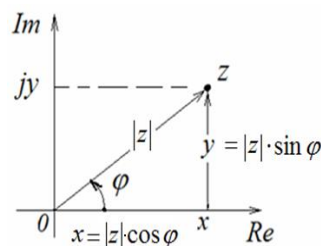
5. Funcția exponențială exp() de variabilă complexă

`>> z=2.0000+6.0000i;`
`>> c=exp(z) % variabila z s-a introdus și mai sus`
c =
 7.0948 - 2.0646i

Tema1: Folosind formula lui Euler: $e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$ să se verifice rezultatul lui **c** efectuând calculele următoare:

$$c = e^z = e^2 \cdot e^{j6} = e^2 \cdot [\cos(6) + j \cdot \sin(6)] = \dots$$

unde $e=\exp(1)$



6. Produsul SCALAR a doi vectori se poate calcula în următoarele moduri:

<code>z= sum(v1 .* v2)</code>	dacă vectorii v1 și v2 sunt amândoi fie vectori coloană fie vectori linie; produsul scalar a doi vectori se calculează în acest caz cu funcția sum
<code>z=(v1* v2')</code>	dacă v1 și v2 sunt vectori linie; v1 (1x3), v2' (3x1), v1*v2' (1x1)
funcția dot()	H=[3 4 0] % vector in planul oxy H V=[0 0 7] % vector dupa axa oz dot(H,V) ans = 0

Observație: vectorii v1 și v2 trebuie să fie de aceeași dimensiune.

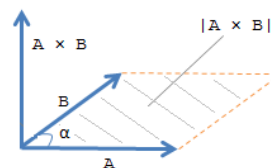
Operațiile cu vectori se efectuează prin particularizarea regulilor de la operații cu matrice impunând ca una din dimensiuni să fie egală cu 1, acolo unde dimensiunea permite acest lucru.

Tema 2: Să se efectueze produsul scalar al vectorilor de mai jos prin cele trei metode:

$$a = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|C| = |A||B|\sin(\theta)$$



7. Produsul VECTORIAL a doi vectori A și B:

>> C = cross(A,B)

$$\begin{aligned} A &= a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k} \\ B &= b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k} \end{aligned} \quad C = A \times B = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2)\hat{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\hat{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\hat{k}$$

Tema 3: Să se calculeze produsul vectorial (C) al vectorilor:

$$\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j} \quad \vec{b} = 2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k} \quad ; \quad \vec{a} = -\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k} \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

Să se verifice că vectorul rezultat C este perpendicular pe vectorii a și b (folosind produsul scalar)

>> cross(a,b) % a și b sunt prima pereche de vectori

ans =

8 6 10

8. MATRICE

Se va genera o matrice cu 2 linii și 3 coloane; caracterul **blanc sau**, desparte elemente pe aceeași linie; caracterul **;** desparte liniile matricei.

>> A=[-2 2\1 sin(pi/2); sqrt(2) 2^4 3/4]

Temă 4: Să se creeze matricea A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Referirea unui element: **A(lin, col)**; **liniile și coloanele se numără de la 1** (nu de la 0)

>> A(1,5)=sqrt(2) % s-a adăugat un element pe linia 1 coloana 5 deci s-a extins matricea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 1.4142 \\ 7 & 6 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

size(A) returnează un **vector** de 2 valori: numărul de linii și numărul de coloane (dimensiunea matricei A).

Se definesc mai multe **matrice speciale**:

A=[] % matricea nula	A= zeros (n,m) %matricea ordin $n \times m$, are toate elementele zero
A= ones (n,m) % matricea unitară de ordin $n \times m$	rand (n), rand(n, m) % matrice de numere aleatoare
A= eye (n) % matricea cu diagonala 1, de ordin $n \times n$	

9. Calcule cu matrice:

Tema 4.1: Introduceți matricele A și B. Calculați C=A*B. Calculați separat elementul C(1,3) efectuând produsul dintre prima linie a matricei A cu ultima coloana a matricei B

$$A = \begin{bmatrix} 2 & e^{j0.05} \\ \sin(\pi/2) & \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & 6 & 12 \end{bmatrix}$$

>> A*B

ans =

2.9988 + 0.0500i 9.9925 + 0.2999i 25.9850 + 0.5998i
2.7321 + 0.0000i 12.3923 + 0.0000i 27.7846 + 0.0000i

Extragere de submatrice:

<pre>>> A(1:2,:)*B(:,2:3) % caracterul : singular select toate lin. sau col. ans = 9.9925 + 0.2999i 25.9850 + 0.5998i 12.3923 + 0.0000i 27.7846 + 0.0000i</pre>	<pre>>> A(1,:)*B(:,3) ans = 25.9850 + 0.5998i</pre>
--	---

Operarea cu matrice, vectori și scalari

$z=x+y$ $z=x-y$ % adunarea și scăderea matricelor, b) $z=x*y$ % înmulțirea matricelor
 $z=x/y$ % împărțirea la dreapta, este identică cu $x*y^{-1}$ (y^{-1} este inversa matricei y)
 $z=x\backslash y$ % împărțirea la stânga, este identică cu $x^{-1}*y$ (x^{-1} este inversa matricei x)
 $z=x.*y$ % înmulțirea element cu element (între componentele a două matrice de aceleași dimensiuni)
 $z=x^p$ % ridicarea la putere a matricei pătratică, p este scalar.
 $z=x'$ % transpunerea matricei.

Tema 5: Se dau matricele A și B; să se calculeze expresiile de mai jos.

`>>A=[1 2 3; 5 4 3; 2 7 2]`

`>>B=[3 4 5; 10 0 0; 0 0 7]`

- $C1 = A + B$
- $C2 = A - B$
- $C3 = p + A$
- $C4 = A * B$
- $C5 = A * 3$
- $C6 = A'$
- $C7 = B'$
- $M1 = A / B$
- $M2 = A \setminus B$
- $M3 = A^3$

Tema 6: Să se calculeze sinus pentru unghiuri cu pas de un grad de la 0 la 30 grade. Rezultatele se pun în matricea S: pe prima linie sunt argumentele în grade, pe a doua argumentele în radiani iar pe a treia linie sunt valorile funcției sinus. Se listează matricea S pe coloane și se observă valoarea lui $\sin(\pi/6)$. Până la câte grade sinusul este egal cu unghiul în radiani pentru primele 3 zecimale? Vezi funcțiile sin și sind.

Tema 7: Generați matricea pătratică Hadamard (8x8) (de valori 1 și -1) apelând $H=\text{hadamard}(8)$; formați o nouă matrice H1 care conține pe prima linie linia a 2-a a lui H și pe a doua linie coloana a doua a lui H.

6.2. Adăugați încă 2 linii la matricea H1 reprezentând ultima linie a lui H și ultima coloană a lui H.

Tema 8: Verificați următoarele relații matriceale:

1. $(A*B)^T = B^T * A^T$	3. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
2. $(A*B)^{-1} = B^{-1} * A^{-1}$	4. $\det(A) * \det(A^{-1}) = 1$
5. $(A+B)*C = A*C + B*C$	6. $\det(AB) = \det(BA) = \det(A)*\det(B)$

10. Timpul/durata execuției

Funcția `clock` prin apelul `t0=clock` returnează ceasul calculatorului de forma:

[year month day hour minute second]

Funcția `etime(t1, t0)` cronometrează timpul în **secunde** scurs de la momentul t0 la t1 (între două evenimente).

Funcția `fft(y)` calculează Transformata Fourier Rapidă pentru un șir y de valori reale. `Rand(512,1)` returnează 512 valori aleatoare în intervalu (0, 1) (interval deschis)

Tema 9: calculați timpul de execuție pentru `fft(y)`, y având pe rând 512, 2^{10} , 2^{20} , 2^{24} valori aleatoare.

Folosiți în același scop secvența:

`tic; fft(rand(2^25,1)); toc`

Funcția `toc` măsoară și returnează timpul în **secunde** scurs de la ultima execuție a funcției `tic`.

11. Reprezentare grafică - funcții (2D)

Funcțiile MATLAB pentru reprezentările grafice elementare sunt:

plot (y) % `plot(f, 'linie marker culoare')`, **linie** între valori iar **marker** pentru valori

Dacă y este un vector (linie sau coloană), atunci funcția **plot** trasează graficul $y=y(i)$, unde $i=1,2,\dots,n$ este numărul de ordine al elementului y.

plot (x, y) reprezintă vectorul y funcție de vectorul x.

Dacă x este vector, iar y este matrice, atunci coloanele lui y sunt trasate în funcție de vectorul x.

Dacă x și y sunt matrice de aceeași dimensiune, atunci se reprezintă coloanele lui y în funcție de coloanele lui x.

plot (x, y, 'linie tip') reprezintă vectorul y funcție de vectorul x, cu linia tip specificată

plot (x1, y1, x2, y2, ...) reprezintă simultan mai multe grafice, în același sistem de coordonate.

Dacă argumentul y este complex, **plot(y)** este echivalent cu **plot(real(y), imag(y))**.

Trasare grafice: linii și markere de diferite culori

Tip linie și markere			Culori trasare grafic			
Lin continuă	-	+	Roșu	r	Albastru	b
întreruptă	--	*	Verde	g	Negru	k
Linie punct	.-	x				

6. Personalizarea graficelor

Pentru plasarea în câmpul graficelor a unor texte, etichete ale axelor, precum și a titlului se utilizează următoarele funcții:

- » **title('text')** % titlul graficului se plasează deasupra acestuia; 'text' fiind un șir de caractere
- » **xlabel('timpul')** precizează eticheta axei x; 'text' fiind un șir de caractere =numele axei,
- » **ylabel('accelerația m/s²')** precizează eticheta axei y; 'text' fiind un șir de caractere ;
- » **grid on** trasează o rețea de linii orizontale și verticale pe grafic
- » **grid off** elimină rețeaua de linii orizontale și verticale trasate pe grafic de **grid on**

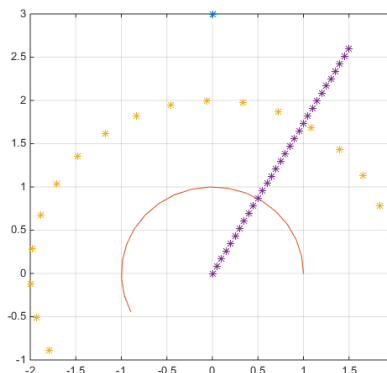
Tema 10: aplicație - reprezentarea grafică a unor funcții

Să se reprezinte grafic funcția $f(t) = \sin(2\pi 5 \cdot t)$, cu culoarea neagră și linie punct și $g(t) = -f(t)$ cu markere * de culoare verde. Să se scrie titlul "graficele funcțiilor f(t) si g(t)", pe axa x să se scrie „t”, iar pe axa y să se scrie “f(t) și g(t)”.

```
t = 0:1/100:4; frecventa=2.6;
f = sin(2*pi*frecventa*t);
g = sin(2*pi*frecventa*t).*exp(-t/2);
plot(t, f, '-k', t, g, 'xr'); grid on;
title('Graficele functiilor f(t) si g(t)');
xlabel('t'); ylabel('f(t)- si g(t) x'); legend('f', 'g');
```

Tema 11: Trasați arce de cerc și linii radiale folosind funcția exponențială de argument complex

```
fi=0:0.2:1.2*pi; % vector de valori unghi fi
% trasare punct la raza=3 si unghi=pi/2:
plot(3*exp(i*pi/2), '*'); hold on; pause(1.5); % plot(Y) equivalent cu plot(real(Y),imag(Y))
% trasare arc prin variatie unghi (faza nr. complex), raza=1:
Arc=exp(i*fi);
plot(Arc); grid on; pause(2)
% trasare arc prin variatie unghi, raza=2
plot(2*Arc, '*'); pause(2)
```



Tema 11.2: Trasați linii radiale la 45, 90 și 135 grade prin variație modul nr. complex

R: d=0:0.3:3; plot(d*exp(i* UNGHI), '*--');

Tema 12: Trasați un braț simplificat de robot format din 3 segmente de dreaptă, segmentele având lungimile l1=5, l2=5, l3=7 iar unghiul cu orizontala a fiecărui segment de braț după cum urmează: fi1=pi/3, fi2=pi/2, fi3=pi/10.

```
l1=5; l2=5; l3=7;
fi1c=pi/3; fi2c=pi/2; fi3c=pi/10;
cup1=l1*exp(j*fi1c);
```

```

cup2=cup1+l2*exp(j*fi2c);
cup3=cup2+l3*exp(j*fi3c);
subplot(1,2,1);
    %se trasează vectori care indică poziția cuplelor brațului
compass([cup1,cup2,cup3]); % argumentul este vector de valori complexe
subplot(1,2,2);
    % se trasează o configurație a brațului cu funcția line:
    % line([x1,x2,x3 =lista abscise puncte], [y1,y2,y3 = lista ordinate puncte])
lc=line([0 real(cup1) real(cup2) real(cup3)], ...
        [0 imag(cup1) imag(cup2) imag(cup3)], ...
        'linewidth', 1.5, 'Color', [0 0 0]) % black

```

