Calcul simbolic – Matlab, Laborator 6

Prof. Iulian Lupea, UTCluj

syms y f g1 g2 g ; % declară cinci obiecte simbolice

1. Derivare

1.1 Sunt definite expresiile simbolice f0 şi f1

syms x; % se declară x obiect simbolic

f0=3*x^3+5*x^2-6*x+2;

diff(f0) => ans = 9*x^2+10*x-6

f1 = 2*x^2*exp(3*x);

\>> diff(f1)

ans = > 4*x*exp(3*x)+6*x^2*exp(3*x)

1.2T. *Se va reprezenta grafic f1' în intervalul [-1, 0.2]*

1.3. Se defineste expresia simbolică f= 12 + (x-1)*(x-1)*(x-2)*(x-3)

Obs: x trebuie sa fie variabilă simbolică.

Să se calculeze derivata a doua a lui f în raport cu x folosind **diff(f, x, 2)** sau diff(diff(...));

Se simplifică expresia rezultată folosind **simplify(f2)** (rezultă 12*x^2 - 42*x + 34).

1.4. >> diff(log(x))

=> ans =1/x

1.5.*Derivare funcţii trigonometrice:*

>> diff(sin(5*x)) ans = 5*cos(5*x)	>> diff(sin(x)^2) ans = 2*sin(x)*cos(x)
>> diff(sin(x)*cos(x)) ans = cos(x)^2 - sin(x)^2	>> diff(exp(x)*cos(x)) ans = exp(x)*cos(x)-exp(x)*sin(x)

2. Derivare simbolică fracţie + simplificare forma + fplot

```
syms x;
num = 2*x^2 + 3*x -1;
denom = x^2 - x + 3;
f = num/denom
pretty(f) →
```

```
     2
  2 x  + 3 x - 1
  --------------
     2
    x  - x + 3
```

fp=**diff**(f),

pretty(fp)

```
                             2
   4 x + 3     (2 x - 1) (2 x  + 3 x - 1)
  ---------- - --------------------------
   2                  2         2
  x  - x + 3        (x  - x + 3)
```

fps=**simplify**(fp);

pretty(fps)

```
       2
  - 5 x  + 14 x + 8
  -----------------
      2          2
    (x  - x + 3)
```

fplot(fps,[-1 20]);

2.2. Reprezentaţi grafic funcţia polinomială fps (de mai sus) folosind funcţia Matlab ***fplot*** apelată în forma:

\>>**fplot**(@**fps1**, [-1, 20]);

unde fps1 este o funcţie Matlab (pasată ca parametru în fplot) definită astfel:

```
function y=fps1(x)
 y= (- 5*x^2 + 14*x + 8)/(x^2 - x + 3)^2;
end
```

3. Calcul simbolic derivate parţiale

```
syms g1  g2  x  y ;
g1= 20*x^3 +15*y -30 ;
g2 = 0.25*x + y -1;
       % g1,g2 pot avea derivate partiale
diff(g1,x) % derivata parţială
   ans →   60*x^2
diff(g1,y)
   ans →    15
```

3.2. Se formează un vector coloană **g12** de 2 funcţii simbolice de variabile x,y

```
g12 = [g1; g2]
```

Rezultă:

```
g12 = >  [ 20*x^3+15*y-30]
         [    1/4*x+y-1]
```

3.3. Calcul matrice Jacobiană

=derivatele parţiale ale vect. g12 în raport cu variabilele independente x şi y

```
xy = [x y];           % vectorul linie al variabilelor
J = jacobian(g12, xy)    % calcul Jacobian
```

Rezultă:

```
J =  [ 60*x^2,  15]
     [ 1/4,       1]
```

$$J = \frac{\partial(g1, g2)}{\partial(x, y)}$$

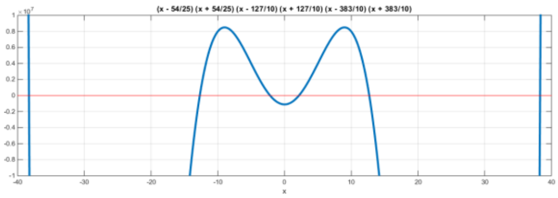
Vezi varianta: jacobian([g1 g2], [x y])

3.4T. Să se calculeze determinantul **d** a lui **J** folosind **det**(J) şi apoi soluţiile ecuaţiei polinomiale d=0 folosind **roots**([şir coef])

R: soluţiile sunt: [-1/4 1/4]

4. Executaţi codul de mai jos, apoi **zoom** şi citiţi 6 soluţii pe grafic.

```
syms x  f1;
                  %  polinom cu soluţii simetrice faţă de oy:
f1=(x-2.16)*(x-12.7)*(x-38.3) * (x+2.16)*(x+12.7)*(x+38.3);
   ezplot(f1, [-40,40]);
   line([-40 40],[0 0],'Color','r');
```



sau:

```
fplot(f1, [-40 40])
line([-40 40], [0 0], 'Color','r');
```

sau:

```
clear; ezplot(' (x-2.16)*(x-12.7)*(x-38.3) * (x+2.16)*(x+12.7)*(x+38.3)' );
```

5. **Substituţii + simplificare** (calculele numerice şi simbolice pot fi combinate):

syms x y; f = x^2*y + 5*x*sqrt(y); **subs**(f, x, 3) ans = 9*y+15*y^(1/2)	subs(f, y, 3) ans = 3*x^2+5*x*3^(1/2)

```
>>aa=subs(f, x, x^2+y)
        ans -> (x^2+y)^2*y + 5*(x^2+y)*y^(1/2)
>> simplify(aa)   % se încearcă o formă mai simplă
        ans ->x^4*y + 2*x^2*y^2 + y^3 + 5*x^2*y^(1/2) + 5*y^(3/2)
```

5.4. syms g1 g2 x y ;	5.5. Evaluare g12 simultan pentru x = 1 şi y = 2.5 **subs**(g12, {x, y}, {1 , 2.5})

g1= 20*x^3 +15*y -30 ; g2 = 0.25*x + y -1; g12 = [g1; g2]	ans = 27.5000 1.750 **5.6.** Evaluaţi g12 în 2 etape: substituind x cu 1 şi apoi y cu 2.5

6. Funcţia solve

Soluţii simbolice şi numerice pentru **ecuaţii** sau **sisteme** de ecuaţii algebrice

6.1.Soluţie simbolică a ecuaţiei

>> x12=**solve**(a*x^2 + b*x + c)

x12 = -1/2*(b-(b^2-4*a*c)^(1/2))/a

-1/2*(b+(b^2-4*a*c)^(1/2))/a

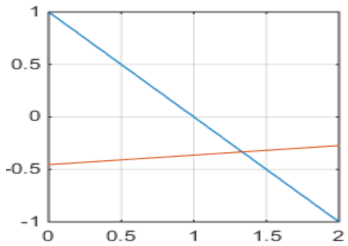
pretty(x12)

6.2. Soluţie *<u>simbolică a sistemului de 2 ecuaţii liniare cu 2 necunoscute (x şi y)</u>*

>> [sx sy] = solve(x + y == <u>a</u> , x - 11*y == <u>b</u>)

sx ->   11/12*a+1/12*b

sy ->   1/12*a-1/12*b



6.3.*Soluţie <u>numerică a sistemului de 2 ec. cu 2 nec.</u>*

[sx sy] = **solve(** ***x + y == 1*** , ***x - 11*y == 5***)

sx =>   4/3

sy =>   -1/3

6.4T. Trasaţi grafic folosind **plot** şi observaţi intersecţia celor două drepte (soluţia sistemului).

Variantă (alt interval de abscise): fplot('1-x'); hold on; fplot('(x-5)/11');

6.5T. Substituiţi soluţiile sx şi sy în ecuaţiile sistemului şi observaţi identitatea.

7. Rezolvare **sistem** de două **ecuaţii neliniare** de forma: *x1*x1 + x2*x2 - 2=0 şi* *0.25*x1*x1 +0.75*x2*x2 -1=0* clear; syms x1 x2; h1 = x1*x1 + x2*x2 - 2; % definire funcţii h2 = 0.25*x1*x1 +0.75*x2*x2 -1; sol = **solve**(h1,h2); % rezolva sistemul pt. x1 şi x2 *Variante:* [x1 x2]=**solve**(h1,h2) sol=solve(h1==0, h2==0) 7.2. Inlocuiţi în **solve** direct ecuaţiile (fară notaţiile h1 şi h2) şi aflaţi cele 4 soluţii. solve(x1*x1 + x2*x2 - 2==0, 0.25*x1*x1 +0.75*x2*x2 -1==0)	>> [sol.x1 sol.x2] ans = [1, 1] [-1, 1] [1, -1] [-1, -1]

8.***Integrare*** *simbolică*

syms x; fin =5*x^2+1; >> int(fin) => ans => (5*x^3)/3 + x	>> int(1/x) ans = log(x)

syms a b x; % variabile simbolice *f = 3*a*b*x + 2*exp(a*x + b);* % definitie f f1 = **diff**(f,x) % derivata functiei f in raport cu x >> f1 = > 3*a*b+2*a*exp(a*x+b)	% integrare simbolica f1 în raport cu x » **int**(f1, x) ans = 3*a*b*x+2*exp(a*x+b) % s-a obţinut f din nou

8.2. Integrare în raport cu variabila x între 0 şi pi/2

» **int**(f, <u>x</u>, 0, pi/2)

ans = > 1/8*(3*a^2*b*pi^2+16*exp(1/2*pi*a+b)-16*exp(b))/a

» f2 = **int**(f, <u>b</u>, 0, pi/2)   % integrare în raport cu b între 0 şi pi/2

f2 = > 3/8*a*pi^2*x+2*exp(a*x+1/2*pi)-2*exp(a*x)

8.3T. Să se calculeze	$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \lvert a \cdot \sin(x) \rvert dx$	cu 3 zecimale	R: 0.6366*abs(a)

9. Funcţia expand:

`syms a b;`
`expand(sin(a+b))`
ans => sin(a)*cos(b)+cos(a)*sin(b)
	`expand(cos(a+b))`
	ans => cos(a)*cos(b)-sin(a)*sin(b)

10. Matrice

<table>
<tr>
<td>syms m1 m2 M;
M=[m1 0; 0 m2]
inv(M)
ans =
[1/m1, 0]
[0, 1/m2]</td>
<td>syms a b c d A;
A=[a b; c d] % det(A) => a*d - b*c
pretty(inv(A))
<pre>
[d   b   ]
[---------   - ---------]
[a d - b c   a d - b c]

[c   a   ]
[- ---------   ---------]
[a d - b c   a d - b c]
</pre></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">10.3T. Puneţi în evidenţă identitatea:
A*inv(A)==eye(2)
Folosiţi simplify pentru membrul stâng.</td>
</tr>
</table>

11. Dezvoltare în serie de funcţii Taylor, MacLaurin*:*

$$f(x_0+x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}x + \frac{f''(x_0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}x^n + R_n$$

syms x; f1 = sin(x); f2=cos(x);

T1 = **taylor**(f1,'order',10); T2=taylor(f2, 'order',10);

Rezultă expresiile:

T1 = > x -1/6*x^3 +1/120*x^5 -1/5040*x^7 +1/362880*x^9

T2 = > 1-1/2*x^2+1/24*x^4-1/720*x^6+1/40320*x^8

11.2. Să se verifice relaţiile: $\boxed{e^{jx} = \cos(x) + j \cdot \sin(x)}$ şi $\boxed{e^{-jx} = \cos(x) - j \cdot \sin(x)}$

......

T3 = taylor(exp(j*x), 'order', 10)

T3 => 1+ i*x- 1/2*x^2 - 1/6*i*x^3+ 1/24*x^4+ 1/120*i*x^5- 1/720*x^6 - 1/5040*i*x^7+ 1/40320*x^8+ 1/362880*i*x^9

11.3T. Colectaţi termenii imaginari folosind **collect**() şi comparaţi cu dezvoltarea în serie a funcţiilor sin şi cos.

11.4T. Reprezentaţi grafic în aceeaşi fereastră aproximarea Taylor a funcţiei sin(x) cu primii 1, 2 şi 3 termeni nenuli şi funcţia sin(x) în jurul lui x=0 şi în intervalul [-3, 3] pentru x. Folosiţi fplot si un tablou de functii simbolice pentru primul argument.